Grepolis und die Mathematik

Panoptikus

May 23, 2014

Dies ist eine (unvollständige) Sammlung der mir bekannten Spielmechanismen

Contents

1 Kampf **2**
- 1.1 Ressourcenkosten der Einheiten 2
- 1.2 Ablauf 3
  - 1.2.1 Seekampf 3
  - 1.2.2 Landkampf 3
- 1.3 Kostenoptimale Kanone 4
- 1.4 Verluste im Kampf 4
- 1.5 Faktoren, die den Kampfausgang beeinflussen 5
  - 1.5.1 Stadtmauer und Grundverteidigung 5
  - 1.5.2 Moral 6
  - 1.5.3 Nachtbonus 7
- 1.6 Timing 7
- 1.7 Seekampf 8
  - 1.7.1 Bsp 8
  - 1.7.2 Wann macht der Verteidiger mehr Ressourcenverluste als der Angreifer? 8
  - 1.7.3 Reihenfolge von Angriffswellen 10
  - 1.7.4 Tireme und Brander 11
- 1.8 Landkampf 13
  - 1.8.1 Verlustfunktion 13

2 Zusammensetzung der Deffensive **14**
- 2.1 Kostenoptimale Abwehr 14
  - 2.1.1 Deffensive ohne Miliz (ohne Stadtmauer und ohne Beachtung der Grundverteidigung) 15
  - 2.1.2 Deffensive mit Miliz (ohne Stadtmauer und ohne Beachtung der Grundverteidigung) 17
- 2.2 Abwehr mit der längsten Bauzeit für den Gegner 18

3 Sammeln von Kampfpunkten **19**
3.1 Wie sammel ich Kampfpunkte? 19
3.1.1 Angreifer 19
3.1.2 Verteidiger 19
3.1.3 Tricks 19
3.2 Rentiert sich ein Angriff? 19

4 Laufzeiten von Einheiten **20**
4.0.1 Verwendung 20

5 Vorbereitung von Angriffen und Organisation der Streitkräfte **20**
5.1 Spionage 20
5.1.1 Spionage durch Angriff 20

6 Organisation der Städte **21**
6.1 Deffensivstädte 21
6.1.1 Anzahl der Transportschiffe 21
6.2 Offensivstädte 22
6.2.1 Gebäude und Bauernhofplätze 22
6.2.2 Stadt mit Landoffensive 23
6.2.3 Stadt mit Kolonieschiff 23
6.3 Truppen und ihre Bauzeit 24
6.3.1 Beispiel bei Seeeinheiten 24
6.4 Entwicklungen und Amortisierungszeiten 24

1 Kampf

1.1 Ressourcenkosten der Einheiten

Um die Kosten von Kämpfen überhaupt miteinander vergleichen zu können, werden die unterschiedlichen Kosten in Silber, Holz und Stein zu einer einzigen Ressource umgerechnet. Dazu werden diese einfach zu einer Summe addiert. Dies ist eine Vereinfachung. Da sich die Ressourcen jedoch zumeißt einfach hin und her tauschen lassen, erscheint dies gerechtfertigt. In der folgenden Tabelle finden sich die Kosten der Einheiten in "Einheitsressourcen" wieder.

Einheit	Kosten in Ressourcen
Schwertkämpfer	180
Bogenschütze	195
Hoplit	225
Streitwagen	960
Reiter	720
Schleuderer	195

1.2 Ablauf

Es wird zwischen Land- und Seekampf unterschieden. Der Seekampf ist im Wesentlichen eine vereinfachte Version des Landkampfes.

1.2.1 Seekampf

Die Angriffswerte aller angreifenden Schiffe werden addiert. Ebenso werden die Verteidigungswerte aller verteidigenden Schiffe addiert. Der Angreifer gewinnt, wenn die Summe aller Angriffswerte größer ist als die Summe aller Verteidigungswerte ist. Ansonsten gewinnt der Verteidiger. Entscheidend ist, dass im Angriff die Verteidigungspunkte der angreifenden Einheiten keine Rolle spielen. Ebenso spielen die Angriffswerte der verteidigenden Einheiten keine Rolle.

1.2.2 Landkampf

Der Landkampf ist im wesentlichen ein komplizierter Seekampf. Es gibt drei Waffengattungen:

- Schlag
- Stich
- Fern

Die angreifenden Einheiten haben jeweils genau eine der drei Waffengattungen. Im folgenden finden sich die vier Einheiten, die sich zum Angriff eignen. Zu ihnen gesellen sich noch mythische Einheiten, die hier jedoch keine Rolle spielen.

Reiter	Schlag
Hoplit	Stich
Streitwagen	Stich
Schleuderer	Fern

Die verteidigenden Einheiten haben jeweils Verteidigungswerte in allen drei Waffenarten. Beim Kampf werden diese jeweils addiert. Man erhält einen gemeinsamen Verteidigungswert gegen Schlagwaffen, einen gemeinsamen Verteidigungswert gegen Stichwaffen und einen gemeinsamen Verteidigungswert gegen Schleuderer. Besteht die Armee des Angreifers aus nur einer Waffengattung, so verläuft der Kampf nach dem gleichen Muster wie der Seekampf. Bei einer gemischten Armee werden die prozentualen Anteile der Angriffspunkte an der Menge der Verteidigungspunkte in jeder Waffengattung addiert. Ist die Summe größer als 1, so gewinnt der Angreifer - andernfalls gewinnt der Verteidiger. Für eine ausführlichere Ausführung sei auch auf die folgenden zwei Links verwiesen.

- `http://grepolis-pro.blogspot.de/2010/11/attacking-anatomy.html`
- `http://grepolis-pro.blogspot.de/2010/11/defending.html`

Zur Vereinfachung werde ich nun folgende Variablennamen verwenden.

$$\begin{aligned}
V_R &:= \text{Verteidigung gegen Schlagwaffen} \\
V_H &:= \text{Verteidigung gegen Stichwaffen} \\
V_S &:= \text{Verteidigung gegen Distanzwaffen} \\
A_R &:= \text{Angriffswert Schlagwaffe} \\
A_H &:= \text{Angriffswert Stichwaffe} \\
A_S &:= \text{Angriffswert Distanzwaffe} \\
K_R &:= \text{Kosten eines Reiters} \\
K_H &:= \text{Kosten eines Hopliten} \\
K_S &:= \text{Kosten eines Schleuderers}
\end{aligned}$$

1.3 Kostenoptimale Kanone

Ein Angriff, der aus nur einer Waffengattung besteht, wird Kanone genannt. Dies kann zum Beispiel eine Armee bestehend aus Schleuderern sein, aber auch eine scheinbar gemischte Armee bestehend aus Reitern und Harpien. Die kostenoptimale "Kanone" errechnet sich aus dem Vergleich:

$$\begin{aligned}
\frac{V_R}{A_R} \cdot K_R &:= G_R \\
\frac{V_H}{A_H} \cdot K_H &:= G_H \\
\frac{V_S}{A_S} \cdot K_S &:= G_S
\end{aligned}$$

Die Variablen G_R, G_H und G_S stehen hierbei für die Gesamtkosten.

Bemerkung Da die Kosten der Einheiten unterschiedlich sind, reicht es nicht, die Verteidigungswerte zu vergleichen!

1.4 Verluste im Kampf

Die Verluste sind geringer für den Angreifer, wenn er deutlich gewinnt und die Verluste für den Verteidiger sind geringer, wenn er den Angriff mit vielen Einheiten übersteht. Aber wie genau berechnet sich der erlittene Verlust bei einem Angriff? Zumindest für den Fall eines Angriffs mit einer Kanone kann der Verlust sehr gut approximiert werden. Sei $V(x)$ hierbei die Verlustfunktion:

$$\begin{aligned}
V : [0;1] &\rightarrow [0;1] \\
\frac{\text{Angriffsstärke}}{\text{Verteidigung}} &\rightarrow \text{Anteil überlebender Einheiten des Verteidigers} \\
\frac{\text{Verteidigung}}{\text{Angriffsstärke}} &\rightarrow \text{Anteil überlebender Einheiten des Angreifers}
\end{aligned}$$

Die Resultate sind in Zehntelschritten angegeben.

x	$V(x)$
0	0
0.1	0.063
0.2	0.145
0.3	0.236
0.4	0.333
0.5	0.4352
0.6	0.541
0.7	0.651
0.8	0.764
0.9	0.88
1	1

Es gilt:

$$\begin{cases} V(x) < x & (x \in (0,1)) \\ V(0) = 0 & (x = 0) \\ V(1) = 1 & (x = 1) \end{cases}$$

Durch Raten ergab sich:

$$V(x) \quad = \quad x^{1.2}$$

1.5 Faktoren, die den Kampfausgang beeinflussen

1.5.1 Stadtmauer und Grundverteidigung

Hier finden sich die prozentualen Verteidigugsboni der Stadtmauer:

0	Steigerung des Verteidigungswertes in %	Ressourcen	Grundverteidigung
1	3.7	950	20
2	7.5	1529	30
3	11.4	2120	40
4	15.5	2619	50
5	19.7	3325	60
6	24.1	3935	70
7	28.5	4551	80
8	33.3	5170	90
9	38.0	5792	100
10	43.0	6418	110
11	48.1	7046	120
12	53.5	7677	130
13	59.0	8310	140
14	64.7	8946	150
15	70.5	9583	160
16	76.7	10222	170
17	82.9	10864	180
18	89.6	11507	190
19	96.2	12151	200
20	103.3	12797	210
21	110.4	13445	220
22	117.9	14094	230
23	125.6	14744	240
24	133.6	15396	250
25	141.9	16049	260

Die mir bekannte beste Approximation ist durch

$$\left(\frac{\mathrm{A}}{V \cdot \text{Verteidigungsbonus} + \text{Grundverteidigung}}\right)^{1.2} = \text{Verluste des Verteidigers}$$

gegeben. Da die Ergebnisse nicht 100% akkurat sind, vermute ich das die angegebenen Werte der Stadtmauer nicht ganz korrekt sind. Möglicherweise weicht aber auch die Berechnungsformel leicht ab.

1.5.2 Moral

Siehe auch `http://wiki.de.grepolis.com/wiki/Das_Kampfsystem#Moral` Sei

$$\begin{aligned} G_V &:= \text{Gebäudepunkte Verteidiger} \\ G_A &:= \text{Gebäudepunkte Angreifer} \end{aligned}$$

Die Moral berechnet sich wie folgt:

$$\left(\frac{G_V}{G_A} \cdot 3 + 0.3\right) \cdot 100 := M$$

Durch Umformung erhält man:

$$\begin{aligned}
(\frac{G_V}{G_A} \cdot 3 + 0.3) \cdot 100 &< 100\% \\
\Leftrightarrow \frac{G_V}{G_A} &< \frac{7}{30} = 0.2\overline{3}
\end{aligned}$$

D.h. ab einem Verhältnis von $\frac{7}{30}$ etwa 23% beginnt die Moral zu wirken.

1.5.3 Nachtbonus

Der Nachtbonus gilt in dieser Welt von 22:00-08:00. Verteidigenden Einheiten erhalten während dieser Zeit einen Bonus von 100% in ihrere Verteidigungskraft.

Bemerkung Aufgrund der Struktur der Verlustfunktion bedeutet dies nicht, dass sich der Verlust des Verteidigers halbiert. Es gilt jedoch:

$$\begin{aligned}
x_{Nacht} &= \frac{A_{Nacht}}{V_{Nacht}} \\
&= \frac{A_{Tag}}{2 \cdot V_{Tag}} \\
&= \frac{1}{2} \cdot x_{Tag}
\end{aligned}$$

Dies ergibt dann

$$\begin{aligned}
V(x_{Nacht}) &= V(0.5) \cdot V(x_{Tag}) \\
&= 0.435275281 \cdot V(x_{Tag})
\end{aligned}$$

Der Verteidiger macht also nur etwa 40% den Verlustes den er tagsüber machen würde. Der Angreifer macht 2.2973967134145621 so viel Verlust wie tagsüber.

Verwendung

1) Der Nachtbonus gilt auch für Quests. => Deffensivquests nach 22:00 annehmen, Offensivquests tagsüber

2) Einheiten über Nacht in farmbare Dörfer stellen. Die Gegner machen dann herbe Verluste, wenn sie angreifen.

1.6 Timing

Auf jede Laufzeit in Grepolis wird ein Wert $+/-10$ Sekunden addiert. Dies wird mit Anti-Timing-Regel bezeichnet. Dazu einige Anmerkungen:

1. Wird eine Truppenbewegung abgebrochen, so wird auf den Rückweg nicht erneut $+/-10$ Sekunden addiert.

2. Wenn ich mit Einheiten Stadt B von Stadt A angreife, so werden jeweils $+/-10$ Sekunden auf den Hinweg $\overline{AB}$ und$+/-10$ Sekunden auf den Rückweg $\overline{BA}$ addiert.

3. Auch auf die Laufzeiten von Spionen wird $+/-10$ Sekunden addiert.

zu 1) Truppenbewegungen können bis maximal 10 Minuten nach entsenden, abgebrochen werden. Da die Anti-Timing-Regel nicht bei Abbruch der Truppenbewegung wirkt, kann ein Timing von 2 Sekunden Abweichung erreicht werden. Dazu ein Beispiel:

Bsp.: Angriff kommt in deiner Stadt um $16:10:00$ an. Du schickst die Einheiten aus deiner Stadt um $16:00:00$ zu einer anderen Stadt. Du brichst die Truppebewegung um $16:04:59$ ab. Die Einheiten brauchen dann exakt $04:49$ fuer die Rückkehr und kommen daher um $16:09:58$ an.

zu 2)

Bsp.: Erhalte ich einen Angriff mit (nur) Feuerschiffen von einer Stadt A auf meine Stadt oder die Stadt eines Mitspielers, so erhalte ich mit **Ankunftszeit + Laufzeit der Feuerschiffe +/- 10 Sekunden**, die Rückkehrzeit seines Angriffs.

Wofür ist das nützlich? Mitspieler oder man selber können nun selbst Feuerschiffe auf die Rückkehrzeit timen. Der Angreifer hat nur ein sehr kleines Zeitfenster, um die Feuerschiffe nach der Rückkehr aus dem Hafen zu senden.

zu 3) Bisher noch keine relevante Anwendung gefunden.

1.7 Seekampf

	Kosten	Angriffswert	Verteidigungswert	Kosten/Veteidigung und Kosten/Angriff
Feuerschiff	2400	200	60	Deff: 40 Off: 12
Bireme	1680	24	160	Deff: 10.5 Off:70

1.7.1 Bsp

Bei einem Verhältnis von 10 zu 8 geht der Kampf "unentschieden" aus. Der Verteidiger muss 87.5% der Ressourcen des Angreifers dazu aufbringen.

1.7.2 Wann macht der Verteidiger mehr Ressourcenverluste als der Angreifer?

Im Fall eines ausgeglichenen Kampfes, in dem sowohl der Angreifer als auch der Verteidiger ihre Armee verlieren, ist es wie im vorherigen Beispiel erwähnt

billiger für den Verteidiger. Dies ändert sich jedoch, wenn die Armee des Angreifers größer wird. Im Folgenden soll berechnet werden, wie übermächtig die angreifende Seestreitmacht sein muss, damit die Verluste des Verteidigers teurer sind als die Verluste des Angreifers.
Sei A hierzu die Angriffskraft des Angreifers und D die Stärke der zugehörigen Verteidigung. Gelte

$$A > D$$

Bezeichne

$$c := \frac{D}{A}$$

Es gibt dann $V(c)$ den Verlust des Angreifers an. Bezeichne

$$\begin{aligned} K_A &:= \text{Kosten pro Angriffspunkt} \\ K_B &:= \text{Kosten pro Verteidigungspunkt} \\ K_{Angreifer} &:= \text{Kosten der Einheiten des Angreifers} \\ K_{Verteidiger} &:= \text{Kosten der Einheiten des Verteidigers} \end{aligned}$$

Es muss dann gelten

$$V(c) \cdot K_{Angreifer} \leq K_{Verteidiger}$$

Es gilt

$$\begin{aligned} K_{Angreifer} &= A \cdot K_A \\ K_{Verteidiger} &= D \cdot K_B \end{aligned}$$

Setzt man dies oben ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} V(c) \cdot A \cdot K_A &\leq D \cdot K_B \\ \Leftrightarrow V(c) \cdot \frac{1}{c} &\leq \frac{K_B}{K_A} \end{aligned}$$

Modifiziert man obige Funktionstabelle, so erhält man:

x	$V(x) \cdot \frac{1}{x}$
0	0
0.1	0.63
0.2	0.725
0.3	$0.78\overline{6}$
0.4	$0.8\overline{3}$
0.5	0.8704
0.6	0.90166
0.7	0.93428
0.8	0.955
0.9	$0.9\overline{7}$
1	1

In unserem Fall ist

$$\begin{aligned} \frac{K_B}{K_A} &= \frac{10.5}{12} \\ &= 0.875 \end{aligned}$$

Schaut man in obiger Tabelle nach, ist dies etwa für den Wert

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &\geq x \\ &\geq \frac{D}{A} \\ \Leftrightarrow A &\geq 2 \cdot D \end{aligned}$$

gegeben. Also der Angriffswert muss mindestens doppelt so hoch sein, wie der Verteidigungswert. Dies kann man auch exakt berechnen, denn auch im Seekampf ist

$$V(c) = c^{1.2}$$

Es gilt also:

$$\begin{aligned} \Rightarrow V(c) \cdot \frac{1}{c} &\leq 0.875 \\ \Rightarrow c^{0.2} &\leq 0.875 \\ \Leftrightarrow c &\leq (0.875)^5 \\ &= 0.512908935546875 \end{aligned}$$

was unseren 50% aus der Tabelle entspricht.

1.7.3 Reihenfolge von Angriffswellen

Beispiel Bestehe die Abwehr aus 1000 Biremen. D.h

$$\begin{aligned} D &= 1000 \cdot 160 \\ &= 160000 \end{aligned}$$

Der erste Angriff bestehe aus 200 Feuerschiffen und der zweite aus 300. D.h.

$$\begin{aligned} O_1 &:= 200 \cdot 200 \\ &= 40000 \\ O_2 &:= 300 \cdot 200 \\ &= 60000 \end{aligned}$$

Es folgt

$$\begin{aligned} c_1 &= 0.25 \\ c_2 &= 0.375 \end{aligned}$$

Dies ergibt nach obiger Formel:

$$\underbrace{V(\frac{0.375}{1 - V(0.25)})}_{0.396562} \cdot \underbrace{(1 - V(0.25))}_{0.810536} + \underbrace{V(0.25)}_{0.18946} = 0.510887567$$

Unter Vertauschung der Angriffe ergibt sich:

$$\underbrace{V(\frac{0.25}{1 - V(0.375)})}_{0.2948} \cdot \underbrace{[1 - V(0.375)]}_{0.6918} + \underbrace{V(0.375)}_{0.3082} = 0.51215752$$

Es ist also hier empfehlenswerter zunächst mit 300 Feuerschiffe und dann mit 200 anzugreifen.

1.7.4 Tireme und Brander

Zunächst die Tabelle der beiden Einheiten

	Kosten	Angriffswert	Verteidigungswert	Kosten/Veteidigung und Kosten/Angriff
Tireme	4200	180	250	Deff: 16.8 Angriff: 23.333
Brander	1400	-	-	-

Die Tireme ist also den Angriffs- und Verteidigungswerten nach sowohl mittel gut in der Verteidigung als auch in der Offensive einsetzbar. Kann es sich lohnen statt Feuerschiff und Bireme nur Tiremen zu bauen? Dazu zunächst ein Vergleich zwischen den beiden Einheiten: Die Kosten eines Angriffes berechnen sich so:

$$\begin{aligned} V(\frac{D}{O_1}) \cdot K_1 &= \text{Kosten des Angriffs (1)} \\ V(\frac{D}{O_2}) \cdot K_2 &= \text{Kosten des Angriffs (2)} \end{aligned}$$

Was muss gelten, damit die Kosten der ersten Angriffsvariante geringer sind als die der zweiten?

$$\begin{aligned} V(\frac{D}{O_1}) \cdot K_1 &< V(\frac{D}{O_2}) \cdot K_2 \\ \Leftrightarrow V(\frac{D}{O_1})/V(\frac{D}{O_2}) &< \frac{K_2}{K_1} \\ \Leftrightarrow V(\frac{O_2}{O_1}) &< \frac{K_2}{K_1} \end{aligned}$$

Sagen wir nun O_2 ist die Angriffsstärke der Feuerschiffe und O_1 die Angriffsstärke der Tiremen. Es muss dann gelten

$$\begin{aligned} V(\frac{O_2}{O_1}) &< \frac{O_2 \cdot 12}{O_1 \cdot 23.3} \\ &= \frac{O_2}{O_1} \cdot 0.515021459 \end{aligned}$$

Mit der Kostenfunktion $V(x) = x^{1.2}$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} (\frac{O_2}{O_1})^{0.2} &< 0.515021459 \\ \frac{O_2}{O_1} &< (0.515021459)^5 \\ &= 0.036234863 \\ \Leftrightarrow 27.598 \cdot O_2 &< O_1 \end{aligned}$$

D.h. die Angriffskraft der Tiremen muss 28 mal so stark sein, wie die der Feuerschiffe, damit man bei einem Angriff den selben Verlust in Ressourcen macht. Um die gleiche Angriffskraft mit Tiremen zu erreichen wie mit Feuerschiffen, muss

$$\begin{aligned} \text{Anzahl Feuerschiffe} \cdot \frac{\text{Angriffskraft FS}}{\text{Angriffskraft TI}} &= \text{Anzahl Tiremen} \\ \Leftrightarrow \text{Anzahl Feuerschiffe} \cdot \frac{200}{180} &= \text{Anzahl Tiremen} \\ \Leftrightarrow \text{Anzahl Feuerschiffe} \cdot 1.\overline{1} &= \text{Anzahl Tiremen} \end{aligned}$$

D.h. man braucht $30 - 31$ mal so viele Tiremen wie Feuerschiffe, damit ein Angriff von Feuerschiffen kostenmäßig gleichwertig wie ein Angriff von Feuerschiffen ist.

Beispiel 100 Biremen werden mit 100 Feuerschiffen angegriffen. Diese machen einen Verlust von 77 Feuerschiffen bei dem Angriff. D.h es entstehen Kosten von 105600 Ressourcen. Greift man mit 3000 Tiremen an, werden 44 vernichtet.

Dies macht Kosten von ebenfalls 18400 Ressourcen.

Für Biremen kann man genauso rechnen und erhält:

$$\begin{aligned} V(\frac{D_2}{D_1}) &< \frac{D_2 \cdot 10.5}{D_1 \cdot 16.8} \\ \Leftrightarrow V(\frac{D_2}{D_1}) &< \frac{D_2}{D_1} \cdot 0.625 \\ \Leftrightarrow \frac{D_2}{D_1} &< (0.625)^5 \\ \Leftrightarrow D_2 \cdot 10.48576 &< D_1 \end{aligned}$$

mit D_2 die Deffensivstärke von Biremen und D_1 der Deffensivstärke von Tiremen. Die Deffensivstärke der Tiremen muss also zwischen 10 und 11 mal höher als die der Biremen sein. Um die selbe Deffensivstärke zu erreichen muss

$$\begin{aligned} \text{Anzahl Biremen} \cdot \frac{\text{Deffensivkraft BI}}{\text{Deffensivkraft TI}} &= \text{Anzahl Tiremen} \\ \Rightarrow \text{Anzahl Biremen} \cdot \frac{160}{250} &= \text{Anzahl Tiremen} \\ \Rightarrow \text{Anzahl Biremen} \cdot \frac{2}{3} &= \text{Anzahl Tiremen} \end{aligned}$$

D.h. Man braucht $6.\overline{6}$ bis zu $7.\overline{3}$ Tiremen mehr als Biremen.

Fazit Zumindest aus Kostengründen nicht sinnvoll verwendbar.

1.8 Landkampf

Auch im Landkampf kann die Verlustfunktion V angwendet werden. Für den Fall gemischter Angriffe funktioniert sie allerdings nicht. Es folgt hier zunächst eine Übersicht über die Kosten der verschiedenen Einheiten:

	Kosten	Angriff	V_{Schlag}	V_{Stich}	V_{Fern}	
Schwertkaempfer	180	5(Schlag)	14	8	30	
Hoplit	225	16(Stich)	18	12	7	
Bogenschuetze	195	8(Fern)	6	25	12	
Streitwagen	960	56(Stich)	76	16	56	
Reiter	720	55(Schlag)	18	1	24	
Schleuderer	195	23(Fern)	7	8	2	

1.8.1 Verlustfunktion

Auch bei Landkämpfen kann die Verlustfunktion

$$V(x) = x^{1.2}$$

angewendet werden. Die Funktion ist zunächst nur bei Angriffen mit "Nukes" einsetzbar. Die Verlustfunktion V lässt sich hierbei sowohl auf die Verluste des Angreifers als auch auf die Verluste des Verteidigers einsetzen. Bei Angriffen die sich aus mehreren Angriffstypen zusammensetzen, berechnet sich die Verlustfunktion annährend - aber leider nicht genau - durch

$$V(x, y, z) = (x + y + z)^{1.2}$$

Hierbei sind x, y und z Angriffsverhältnisse der einzelnen Angriffsarten.

Beispiel 1 Verteidigung: 1000 Schwertkämpfer
Angreifer: 1400 Schwertkämpfer (0.5) und 250 Hopliten (0.5)
Der Verteider verliert 996 Einheiten. Bei einer Nuke der gleichen Stärke würde er 999 verlieren. Die wirkliche Formel muss sich also noch geringfügig hiervon unterscheiden.

2 Zusammensetzung der Deffensive

Es sind zwei Szenarien zu beachten. Im ersten einfachen Szenario ist der Verteidiger nicht online. Wie ist die beste Zusammensetzung der Truppen des Verteidigers? Es gibt potentiell mehrere "beste" Zusammensetzungen je nach Zielsetzung der Verteidigung. Dazu zunächst einige Vorüberlegungen.

Angriffsart	Kosten pro Angriffspunkt (Res/A)
Schlag	$\frac{720}{55} = 13.091$
Stich	$\frac{225}{16} = 14.0625$
Fern	$\frac{195}{23} = 8.478$

Damit es für den Angreifer gleich teuer ist - egal mit welcher Waffengattung er angreift, sollte also Folgendes gelten: Auf einen Verteidigungspunkt gegen Stichwaffen sollten $\frac{14.0625}{13.091} = \frac{275}{256} = 1.07421875$ Punkte gegen Schlagwaffen stehen und $\frac{14.0625}{8.478} = \frac{345}{208} = 1.658654$ gegen Fernwaffen.

	$(V_{Schlag}, V_{Fern}, V_{Stich})$
Schwertkämpfer	$\begin{pmatrix} 14 & 30 & 8 \end{pmatrix}$
Bogenschütze	$\begin{pmatrix} 6 & 12 & 25 \end{pmatrix}$
Hoplit	$\begin{pmatrix} 18 & 7 & 12 \end{pmatrix}$

2.1 Kostenoptimale Abwehr

Wir suchen nun eine Verteidigung, die es für den Angreifer bezüglich jeder Angriffsgattung gleich teuer macht die Abwehr zu durchbrechen. Wir $n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{N}$, sodass

	Variablenname
Anzahl der Schwertkämpfer	n_1
Anzahl der Bogenschützen	n_2
Anzahl der Hopliten	n_3

2.1.1 Deffensive ohne Miliz (ohne Stadtmauer und ohne Beachtung der Grundverteidigung)

Dazu muss folgendes Gleichungssystem gelöst werden:

$$\begin{aligned}
n_1 \cdot \begin{pmatrix} 14 \\ 30 \\ 8 \end{pmatrix} + n_2 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 25 \end{pmatrix} + n_3 \cdot \begin{pmatrix} 18 \\ 7 \\ 12 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1074.219 \\ 1658.654 \\ 1000 \end{pmatrix} \\
\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 14 & 6 & 18 \\ 30 & 12 & 7 \\ 8 & 25 & 12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1074.219 \\ 1658.654 \\ 1000 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Die Matrix $\begin{pmatrix} 14 & 6 & 18 \\ 30 & 12 & 7 \\ 8 & 15 & 12 \end{pmatrix}$ werde ich die Verteidigungsmatrix M_V nennen.

Zur Lösung muss die Inverse von M_V berechnet werden. Es gilt:

$$\begin{aligned}
M_V^{-1} &= \begin{pmatrix} -0.00326 & 0.03973 & -0.01829 \\ -0.03195 & 0.00252 & 0.04646 \\ 0.06874 & -0.03174 & -0.00126 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -\frac{31}{9514} & \frac{189}{4757} & -\frac{87}{4757} \\ -\frac{152}{4757} & \frac{12}{4757} & \frac{221}{4757} \\ \frac{327}{4757} & -\frac{151}{4757} & -\frac{6}{4757} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Man erhält:

$$\begin{aligned}
n_1 &= 44.11 \\
n_2 &= 16.32 \\
n_3 &= 19.94
\end{aligned}$$

Angriffsvektor	$\begin{pmatrix} 1074.219 & 1658.654 & 1000 \end{pmatrix}$
Anzahl der Schwertkämpfer (n_1)	44.11
Anzahl der Bogenschützen (n_2)	16.32
Anzahl der Hopliten (n_3)	19.94

Für Angreifer und Verteidiger ergeben sich hierbei folgende Kosten:

Kosten für den Angreifer	Kosten für den Verteidiger
13950 Ressourcen	15608.7 Ressourcen

Die Kosten für den Verteidiger ergeben sich hierbei aus dem Skalarprodukt:

$$\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 180 \\ 195 \\ 225 \end{pmatrix} = \text{Kosten der Abwehr}$$

Auch andere Deffensivzusammensetzungen können je nach Spielsituation günstig sein. Eine nicht empfehlenswerte Zusammensetzung ist eine Abwehr mit gleichen Verteidigungswerten berechnet durch

$$M_V^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1000 \\ 1000 \\ 1000 \end{pmatrix}$$

In diesem Fall würde sich folgendes ergeben.

Angriffsvektor	$\begin{pmatrix} 1000 & 1000 & 1000 \end{pmatrix}$
Anzahl der Schwertkämpfer (n_1)	18.18
Anzahl der Bogenschützen (n_2)	17.03
Anzahl der Hopliten (n_3)	35.74

Zur Veranschaulichung füge ich auch hier einmal die Kosten für den Angreifer und Verteidiger hinzu:

Kosten für den Angreifer(billigste)	Kosten für den Verteidiger
8444 Ressourcen	14634.75 Ressourcen

Erfahrungsgemäß greifen zumindest in der Anfangsphase die wenigsten Spieler mit Hopliten an. Ein weiterer Grund ist, dass Hopliten eine sehr langsame Landeinheit sind. Daher lassen sich Angriffe mit Hopliten leichter abwehren. Es kann daher lohnenswert sein, sich in seiner Abwehr eine kleine Schwäche bezüglich Stichangriff zu leisten. Hier ein paar

Beispiele:

1)

Angriffsvektor	$\begin{pmatrix} 1074.219 & 1658.654 & 900 \end{pmatrix}$
Anzahl der Schwertkämpfer (n_1)	45.94
Anzahl der Bogenschützen (n_2)	11.67
Anzahl der Hopliten (n_3)	20.06

Kosten für den Angreifer(Hoplit)	Kosten für den Angreifer(sonst)	Kosten für den Verteidiger
12768.75	14085	15058.35

2)

Angriffsvektor	$\begin{pmatrix} 1074.219 & 1658.654 & 800 \end{pmatrix}$
Anzahl der Schwertkämpfer (n_1)	47.76
Anzahl der Bogenschützen (n_2)	7.03
Anzahl der Hopliten (n_3)	20.19

Kosten für den Angreifer(Hoplit)	Kosten für den Angreifer(sonst)	Kosten für den Verteidiger
11235.9375	14059.636	14510.4

Im Deffensivfall ohne Miliz lassen sich die Ergebnisse einfach duch Multiplikation mit einem Faktor hochskalieren.

2.1.2 Deffensive mit Miliz (ohne Stadtmauer und ohne Beachtung der Grundverteidigung)

Ich gehe davon aus, dass durch Entwicklung jedes Bauerndorf 15 Milizen bringt: Damit erhält man einen zusätzlichen Verteidigungsvektor:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix}6\\4\\8\end{pmatrix} \cdot 15 \cdot \text{Ausbaustufe des Bauernhofs} &= \underbrace{\text{Verteidigung der Miliz}}_{:=v_B} \\
\begin{pmatrix}90\\60\\120\end{pmatrix} \cdot \text{Ausbaustufe des Bauernhofs} &= v_B
\end{aligned}$$

Um wie oben eine kostenminimierte zu bauen, muss man obige Gleichung abändern. Zudem lässt sich die Zusammensetzung der Abwehr nun nicht mehr einfach skalieren. Zunächst ein Beispiel:

Beispiel (mit fixer 10000er Stichwaffen Abwehr)

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix}n_1\\n_2\\n_3\end{pmatrix} &= M_V^{-1} \cdot [\begin{pmatrix}10742.19\\16586.54\\10000\end{pmatrix} - v_m] \\
\begin{pmatrix}n_1\\n_2\\n_3\end{pmatrix} \Leftrightarrow &= \begin{pmatrix}-0.00326 & 0.03973 & -0.01829\\ -0.03195 & 0.00252 & 0.04646\\ 0.06874 & -0.03174 & -0.00126\end{pmatrix} \cdot [\begin{pmatrix}10742.19\\16586.54\\10000\end{pmatrix} - v_B]
\end{aligned}$$

Setzen wir $v_B = v_{14} = \begin{pmatrix}90\\60\\120\end{pmatrix} \cdot 14 = \begin{pmatrix}1260\\840\\1680\end{pmatrix}$. Dies ergibt:

$$\begin{pmatrix}10742.19\\16586.54\\10000\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1260\\840\\1680\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9482.19\\15746.54\\8320\end{pmatrix}$$

Man erhält

$$\begin{pmatrix}n_1\\n_2\\n_3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}442.53\\123.27\\141.53\end{pmatrix}$$

Der allgemeine Fall

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix}n_1\\n_2\\n_3\end{pmatrix} &= M_V^{-1} \cdot [\begin{pmatrix}1.07421875\\1.658654\\1\end{pmatrix} \cdot V_s - v_m] \\
&= M_V^{-1} \cdot [\begin{pmatrix}1.07421875\\1.658654\\1\end{pmatrix} \cdot V_s - \begin{pmatrix}90\\60\\120\end{pmatrix} \cdot l_b]
\end{aligned}$$

l_b	V_S	n	Kosten Angreifer (mit&ohne Miliz)	Kosten Verteidiger
14	10000	$(442.53, 123.27, 141.53)$	140554&117042	135537.3
28	10000	$(443.9, 83.4, 83.76)$	140554&93305	115011

Table 1: Kosten für den Angreifer und Verteidiger

Hierbei ist V_S die Deffensive gegen Stichwaffen und l_b das Level des Bauernhofes. Man kann nun den Ausdruck oben vereinfachen zu:

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} &= M_V^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1.074219 \\ 1.658654 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot V_s - M_V^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 90 \\ 60 \\ 120 \end{pmatrix} \cdot l_b] \\ &= \begin{pmatrix} 44.11 \\ 16.32 \\ 19.94 \end{pmatrix} \cdot \frac{V_s}{1000} - \begin{pmatrix} -0.1 \\ 2.85 \\ 4.13 \end{pmatrix} \cdot l_b\end{aligned}$$

In Tabelle 1 sind einige Beispiele mit Parametern aufgelistet.

Die Kosten des Verteidigers werden wieder mit $\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 180 \\ 195 \\ 225 \end{pmatrix}$ berechnet. Vorstellbar wäre noch die

Wahrscheinlichkeit online zu sein durch eine Gewichtung des zweiten Terms miteinzubeziehen:

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} 44.11 \\ 16.32 \\ 19.94 \end{pmatrix} \cdot \frac{V_s}{1000} - \begin{pmatrix} -0.1 \\ 2.85 \\ 4.13 \end{pmatrix} \cdot l_b \cdot \lambda &= \overrightarrow{n} \\ \lambda &\in [0,1]\end{aligned}$$

und λ gibt die Wahrscheinlichkeit online zu sein an. Desweiteren könnte man sich auch auch hier eine Schwäche

gegen Hopliten zulassen.

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} 44.11 \cdot \mu \\ 16.32 \cdot \mu \\ 19.94 \end{pmatrix} \cdot \frac{V_s}{1000} - \begin{pmatrix} -0.1 \\ 2.85 \\ 4.13 \end{pmatrix} \cdot l_b \cdot \lambda &= \overrightarrow{n} \\ \mu &> 1\end{aligned}$$

2.2 Abwehr mit der längsten Bauzeit für den Gegner

Die Zeiten sind mit Kaserne 10 in Sekunden angegeben.

Angriffsart	Bauzeit in Sekunden/Angriffsstaerke
Stich	$\frac{603}{16} = 37.6875$
Schlag	$\frac{1918}{55} = 34.872727$
Fern	$\frac{533}{23} = 23.17391304$

Fixiert man wieder die Stichverteidigung, so muss die Schlagverteidigung 1.080715589 so groß wie die Stichverteidigung sein und die Verteidigung gegen Fernwaffen 1.626289869 so viel sein. Das enspricht ungefähr den optimierten Werten bezüglich des Ressourcenverbrauchs. Daher lohnt sich keine separate Optimierung.

3 Sammeln von Kampfpunkten

3.1 Wie sammel ich Kampfpunkte?

3.1.1 Angreifer

Die Kampfpunkte, die während einer Schlacht anfallen, entsprechen für den Angreifer der Anzahl der Bauernhofplätze der erlegten Einheiten.

3.1.2 Verteidiger

Die Kampfpunkte, die während einer Schlacht anfallen, entsprechen für den Verteidiger der Anzahl der Bauernhofplätze der gestorbenen Einheiten des Angreifers. Die Kampfpunkte der Schlacht werden anschließend auf die Verteidiger aufgeteilt. Die Aufteilung erfolgt lediglich dem prozentuallen Anteil der verteidigenden Einheiten entsprechend.

3.1.3 Tricks

A) Beispiel: Ich unterstütze einen Spieler mit Seeeinheiten, der einen Landangriff bekommt. Ich erhalte trotzdem Kampfpunkte - unter Umständen sogar mehr als der eigentliche Verteidiger!

B)Beispiel: Ich unterstütze eine Stadt mit Seeeinheiten, die ich selber mit Landeinheiten angreife. Ich bekomme sowohl für die "Verteidigung" als für den "Angriff" Kampfpunkte. Der verteidigende Spieler erhält weniger Kampfpunkte, als ihm (gerechterweise) zustehen.

C)Beispiel: Ich unterstütze eine Stadt mit Transportbooten und Landeinheiten, die ich selber mit Feuerschiffen angreife. Ich erhalte ebenfalls fuer Verteidigung und Angriff Kampfpunkte.

3.2 Rentiert sich ein Angriff?

Der Erfolg im Spiel hängt in erster Linie davon ab, wie schnell man Kampfpunkte sammelt. Als Vergleichsmaßstab dient das Abhalten eines Theaterspiels:

$$\begin{aligned}\frac{300}{32000}\frac{32000}{300} &= \frac{320}{3} \\ &= 106.66\end{aligned}$$

Ein Kampfpunkt entspricht im Wert hier 106.66 Ressourcen. Im Vergleich in 2.1.2 im ersten Fall kostet für den Angreifer mit Miliz ein Kampfpunkt 200 und ohne Miliz 132.

4 Laufzeiten von Einheiten

Einheiten haben jeweils eine Geschwindigkeit in Grepolis. Leider ist mir nicht bekannt, wie man die Laufzeit zwischen zwei beliebigen Koordinaten mit einer gegebenen Geschwindigkeit berechnen kann. Hat man jedoch die Laufzeit einer Strecke mit einer Geschwindigkeit, so kann man diese auch für die restlichen Geschwindigkeiten berechnen.

Bemerkung: Der Spion hat eine Geschwindigkeit von 30. Zur Vereinfachung Die Formel lautet folgendermaßen:

$$\begin{aligned} L_b &:= \text{bekannte Laufzeit} \\ S &:= \text{Servergeschwindigkeit} \\ G_{bek} &:= \text{bekannte Geschwindigkeit} \\ G_{ges} &:= \text{Geschwindigkeit zu unbekannten Laufzeit} \end{aligned}$$

Dann errechnet sich die gesuchte Laufzeit so:

$$(L_b - \frac{15 \text{ Minuten}}{S}) \cdot \frac{G_{bek}}{G_{ges}} + \frac{15 \text{ Minuten}}{S} \quad := \quad L_g$$

Beachte S ist nicht mit der Einheitengeschwindigkeit zu verwechseln.

4.0.1 Verwendung

Man kann damit fehlende Angaben seiner Mitspieler rekonstruieren. Weitere Anwendungen sind mir bisher nicht eingefallen.

5 Vorbereitung von Angriffen und Organisation der Streitkräfte

5.1 Spionage

5.1.1 Spionage durch Angriff

Es ist möglich mit kleinen Testangriffen herauszufinden, wo die Abwehr ihre Schwäche hat. Dazu schickt man idealereise eine Nuke der Minimalgröße. An der Stadtmauer ist es möglich abzulesen, welche Einheiten vom Gegner gestorben sind. Da die Einheiten stets im gleichen Verhältnis sterben, kann man so bereits feststellen, wo die Abwehr ihre Schwäche hat. Dazu werden die gestorbenen Einheiten des Gegners zu einer Armee zusammengefügt, deren Schwäche nach dem oben beschriebenen Ansatz analysiert wird. Es ist ebenfalls möglich eine die Stärke der gesamten Armee abzuschätzen durch:

$$[(\frac{\mathrm{Off}}{\mathrm{c}})^{1.2}/V]^5 \quad = \quad \text{Truppenstärke}$$

Hierbei ist c der durschnittliche Deffensivwert einer Einheit bezüglich der angreifenden Nuke. V ist die Anzahl der verlorenen Truppen. Hat man die gesamte Truppenstärke so lassen sich prozentual davon die Truppenzahlen berechnen. Alternativ kann man natürlich auch so lange im Simulator rumspielen bis man das richtige Ergebnis hat. Man erhält folgende Informationen:

- Inhalt des Hafens
- Mauerstärke
- Schwäche der Abwehr
- ungefähre Truppenstärke

Einfacher zu erlangen sind die Informationen, wenn man bereits einige Informationen hat. Angenommen man weiß, dass Bauernhoflevel. Dann kann man anhand der Anzahl der gestorbenen Milizen die Gesamttruppenanzahl sehr leicht errechnen.

6 Organisation der Städte

6.1 Deffensivstädte

6.1.1 Anzahl der Transportschiffe

Angenommen eine Stadt hat K Bauernhofplätze frei. Wieviel Transportschiffe müssen gebaut werden. Sei dazu T die Anzahl der Transportschiffe und B_T die Menge an Bauernhofplätzen, die ein Transportschiff verbraucht.

	Anzahl der Bauernhofplätze (B_T)
Transportboot	7
schnelles Transportboot	5

K_T sei die Transportkapazität eines Transportschiffes. In der folgenden Tabelle sind die Transportkapazitäten tabellarisch aufgelistet:

	Transportboot	schnelles Transportboot
ohne Kojen	20	10
mit Kojen	26	16

Um die Anzahl der benötigten Transportboote (T) zu ermitteln geht man folgendermaßen vor:

$$\begin{aligned} K - T \cdot B_T &= T \cdot K_T \\ \Leftrightarrow K &= T \cdot [B_T + K_T] \\ \Leftrightarrow \frac{K}{B_T + K_T} &= T \end{aligned}$$

Beispiel Freie Bevölkerung 1000 und schnelle Transportboote mit Kojen ist entwickelt. Dies ergibt:

$$\begin{aligned} K &= 1000 \\ B_T &= 5 \\ K_T &= 16 \end{aligned}$$

Es gilt also

$$T = 47 \text{ bis } 48$$

6.2 Offensivstädte

Man kann verschiedene Arten von Offensivstädten unterscheiden:

- Landoffstadt(schnell/langsam)
- Seeoffstadt(schnell/langsam)
- Kolostadt

6.2.1 Gebäude und Bauernhofplätze

Im Gegensatz zu Deffensivstädten spielt in Offensivstädten das maximale Bevölkerungslimit eine entscheidende Rolle. Neben den passenden Entwicklungen sollte darauf geachtet werden so wenig Gebäude wie möglich auszubauen, die Bevölkerung kosten.

Kaserne

- Eine Kaserne ausgebaut auf Level 10 kostet 20 Bauernhofplätze.
- Eine Kaserne ausgebaut auf Level 20 kostet 49 Bauernhofplätze.
- Eine Kaserne ausgebaut auf Level 30 kostet 83 Bauernhofplätze.

Ausbaustufe	Bauernhofplätze
10	18
20	42
30	70
40	101

Table 2: Benötigte Bauernhofplätze

Hafen

- Ein Hafen ausgebaut auf Level 10 kostet 40 Bauernhofplätze.
- Ein Hafen ausgebaut auf Level 20 kostet 80 Bauernhofplätze.
- Ein Hafen ausgebaut auf Level 30 kostet 120 Bauernhofplätze.

Rohstoffproduktionsstädte (Holzfäller/Silbermine/Steinbruch) In Tabelle 2 sind die verbrauchten Bauernhofplätze pro Level zu sehen.

6.2.2 Stadt mit Landoffensive

Auch eine Landoffensivstadt sollte eine geringe Anzahl an Feuerschiffen aufweisen. Wie im Fall der Deffensivstadt kann mit

$$\frac{K}{B_T + K_T} = T$$

die Anzahl der Transportboote berechnet werden. Hierbei ist K_T die Transportkapazität eines Transportschiffes ist und B_T die Bauernhofkosten eines Schiffes ist. T bezeichnet dann die Gesamtanzahl an Transportbooten. K die gesamte Kapazität an Bauernhofplätzen in der Stadt.

6.2.3 Stadt mit Kolonieschiff

Die Stadt mit Kolonieschiff sollte idealerweise eine gemischte Armee besitzen oder eine Schleuderernuke. Dies liegt daran, da die Armee, die mit dem Kolonieschiff bei gutem Timing des Verteidigers auch gegen die Miliz kämpfen muss. Aus Kostengründen ist es am Anfang wichtig ausreichend Feuerschiff mitzusenden. Verliert die Armee auf Land, wird das Kolo unversehrt zurück gesendet. Wird jedoch der Seekampf verloren, so wird auch das Kolonieschiff zerstört.

6.3 Truppen und ihre Bauzeit

Zuvor wurde berechnet, dass eine Abwehr ohne Miliz folgende Zusammensetzung haben sollte:

$$\begin{pmatrix}44.11\\16.32\\19.94\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Anzahl der Schwertkämpfer}\\\text{Anzahl der Bogenschuetzen}\\\text{Anzahl der Hopliten}\end{pmatrix}$$

Die Abwehr belegt 80.37 Bauernhofplätze: Setze

$$k := 80.37$$

Es gilt dann

$$\begin{pmatrix}44.11\\16.32\\19.94\end{pmatrix} \cdot \frac{\text{Bauernhofplätze fuer Truppen}}{80.37} = \text{Deffensivzusammensetzung}$$

6.3.1 Beispiel bei Seeeinheiten

Vorallem im Seekampf können die Bauzeiten der Einheiten durchaus entscheidend sein. Hier Beispielhaft für Hafen Level 12.

	Bauzeit	Off pro Min.	Deff pro Min
Bireme	71		2.2535
Feuerschiff	103	1.9417	
Trireme	103	1.74	2.4

Die Deffensive wird also schneller aufgebaut als die Seeoffensive.

6.4 Entwicklungen und Amortisierungszeiten

Es folgen die Amortisierungszeiten einiger Entwicklungen ausgedrückt in gaengigen Einheiten:

Entwicklung "Mathematik" Kosten: 20100 Ressourcen
Ersparnis beim Feuerschiff: 240 Ressourcen pro Schiff
Ersparnis bei der Bireme: 168 Ressourcen pro Schiff
D.h. nach 83-84 Feuerschiffen oder 119-120 Biremen hat sich die Entwicklung rentiert.

Entwicklung "Wehrpflicht" Kosten: 14000 Ressourcen
Ersparnis pro Schleuderer: 19.5 Ressourcen
Ersparnis pro Reiter: 72 Ressource
D.h. nach 717-718 Schleuderern oder 194-195 Reitern hat sich die Entwicklung rentiert